

*Sezione Alunni*

## Il paradosso di Zenone

### ACHILLE E LA TARTARUGA



Zenone di Elea, amico e scolaro di Parmenide, elaborò quattro argomenti famosi contro il movimento, basati sul presupposto dell'infinita divisibilità dello spazio e del tempo, non nel senso che siano effettivamente divisibili all'infinito, ma nel senso che non possiamo pensare alcuna quantità di spazio e di tempo, per quanto piccola, che non sia ulteriormente divisibile.

Uno dei paradossi più significativi e conosciuti è quello del “*più veloce*” Achille: *se una lenta tartaruga precede nella corsa, anche solo di un passo, il veloce Achille, non sarà mai raggiunta.*

Difatti, prima di raggiungerla, Achille dovrà pervenire alla posizione occupata precedentemente dalla tartaruga che nel frattempo si sarà spostata di un intervallo, sia pure piccolissimo, di spazio; così la distanza tra Achille e la tartaruga non si ridurrà mai a zero, pur diventando sempre più piccola.

Il concetto basilare di questo argomento è la tesi che, posta l'infinita divisibilità dello spazio, il movimento di un corpo dato non raggiungerà mai la sua meta, poiché, dovendo superare gli infiniti punti di cui consta qualsiasi distanza, dovrà impiegare un tempo infinito.

L'importanza del paradosso di Zenone è provata dal fatto che, solo in età moderna, il pensiero matematico è riuscito ad elaborare una teoria quale l'analisi infinitesimale, in grado di risolvere le contraddizioni legate al problema dell'infinito.

Il problema, affrontato in termini strettamente matematici, è il seguente:

## MODELLI MATEMATICI POSSIBILI

### Modello continuo o analogico

Siano:

So, vantaggio iniziale della tartaruga

Va , velocità (costante ) di Achille

Vt , velocità (costante) della tartaruga

$q = Vt/Va$  , rapporto tra le due velocità

scriviamo le equazioni orarie

$$S_a = V_a \cdot t \qquad S_t = S_o + V_t \cdot t$$

Quando Achille e la tartaruga si incontrano, avranno percorso lo stesso spazio, quindi possiamo scrivere :

$$V_a \cdot t = S_o + V_t \cdot t$$

Riordinando ed esplicitando rispetto a t, troveremo il tempo impiegato da Achille a raggiungere la tartaruga, cioè :

$$t = S_o / (V_a - V_t)$$

assumendo, per il calcolo, i seguenti valori

$$S_o = 100 \text{ m} \quad V_a = 10 \text{ m/s} \quad V_t = 1 \text{ m/s}$$

si ottiene:

$$t = 100/9 = 11,11 \dots\dots \text{ s.}$$

### Modello discreto o numerico che ripercorre il ragionamento di Zenone, utilizzando le successioni

*Primo tratto*

$$T_o = S_o/V_a$$

(tempo impiegato da Achille a percorrere il tratto  $S_o$ )

$$S_1 = T_o \cdot V_t = (S_o/V_a) \cdot V_t$$

(spazio percorso dalla tartaruga nel tempo  $T_o$ )

Secondo tratto

$T1 = S1/Va$  (tempo impiegato da Achille a percorrere il tratto S1)

$T1 = ((So/Va) \cdot Vt)/Va$ , cioè.

$T1 = So/Va \cdot q$

Iterando il procedimento si trova:

$Tn = So/Va \cdot q^n$

Sommiamo ora tutti gli intervalli di tempo

$T = To + T1 + T2 + ..... + Tn + .....$

Si ottiene una somma di infiniti termini, cioè una serie geometrica di ragione  $0 < q < 1$

L'eventuale convergenza di tale serie si calcola, notoriamente, con l'espressione:

$T = So/Va (1 - q^n)/(1-q)$  ed essa converge per il nostro valore di  $0 < q < 1$ , a:

$T = So/Va( 1/(1-q))$

Sostituendo rispetto ai valori numerici, si trova ancora

$T = 11,11 ..... s$

Ecco rivelato il paradosso.

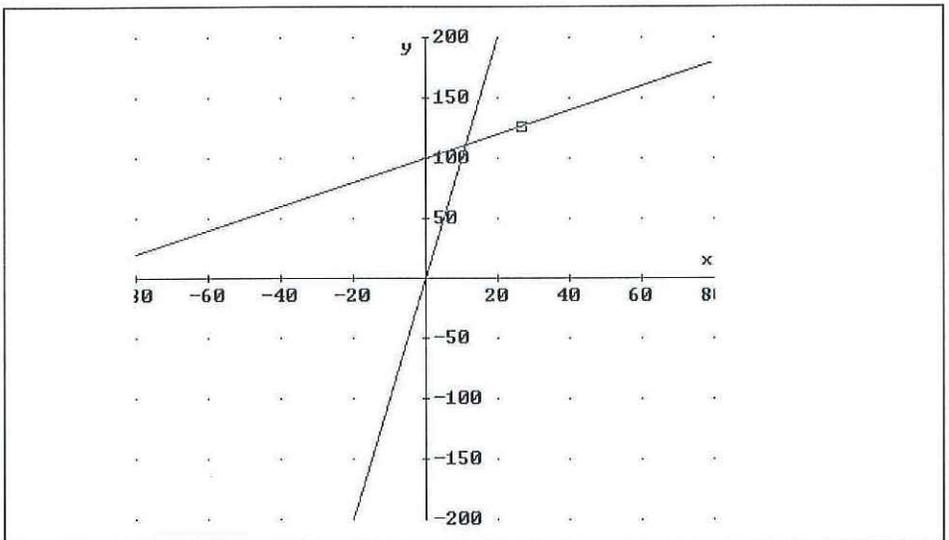
L'errore che la nostra intuizione può compiere è quello di ritenere che una somma di infiniti termini, dia sempre una quantità non finita, cosa non sempre vera, come dimostra lo studio delle successioni ..... che Zenone non poteva conoscere.

### RISOLUZIONE AL CALCOLATORE

Proviamo ora a calcolare con DERIVE la soluzione del problema utilizzando i due modelli:

#### modello continuo

immettiamo i seguenti comandi:



#1  $S_a = 10x$

#2  $S_t = 100 + x$

#3 SOLVE ( $S_a = S_t, x$ )

otteniamo i valori già calcolati

### verifica grafica

possiamo controllare graficamente plottando le due funzioni :

con il tasto F3 ci spostiamo nel punto di intersezione e ritroviamo i valori calcolati

### modello numerico

immettiamo i seguenti comandi

#4  $S(n) := 100/10(1 - q^n)/(1-q)$

#5  $LIM(S(n), n, +inf)$

Otteniamo ancora il valore di 11,11..... (cvd)

Domande possibili:

1 - Cosa succede se  $V_a = V_t$  ?

2 - E' plausibile un valore di  $q = 1/10$  ?

3 – Quale valore potrebbe essere più vicino al reale ?

4 – Cosa succede se  $V_t > V_a$  ?

Aspettiamo le risposte.

*Cristina FERRAUTO*  
*Annette MAGADDINO*  
*Marina PALMERI*  
*Vincenzo RIBAUDO*  
della classe IVA

(il lavoro è stato seguito dai proff. D'Angelo e Basiricò)

## Cronaca di una giornata d'astronomia

*il transito di Mercurio del 7 Maggio 2003*

Il gruppo di studenti che ha partecipato quest'anno al progetto astronomia, accompagnati dal prof. Basiricò, non poteva certo perdersi un fenomeno affascinante quale quello verificatosi il 7 maggio nei nostri cieli.

Sì, perché la mattina del 7 maggio 2003, fra le 07:12 TL e le 12:32 TL, il pianeta Mercurio è transitato davanti al disco del Sole, un evento piuttosto raro che non comporta alcuna influenza sulla Terra: il pianeta interno, infatti, ruota attorno al Sole su un'orbita inclinata di alcuni gradi rispetto al piano dell'orbita terrestre ( $7^\circ$ ); in altre parole, percorre, di norma, una traiettoria leggermente al di sopra o al di sotto del Sole.

Per transito si intende *una particolare forma di occultazione* (come è anche l'eclisse), ovvero l'interposizione di un corpo opaco fra la Terra e un corpo luminoso (per esempio il Sole).

I pianeti interni all'orbita terrestre, in occasione di allineamenti del tipo **Sole - Mercurio o Venere - Terra**, potrebbero pertanto fungere da corpi opachi "occultanti".

In effetti la loro distanza, sebbene sia dell'ordine dei milioni di km, consente di osservare diametri angolari apprezzabili: circa 10-12" per Mercurio e intorno a 1' per Venere (per confronto, le dimensioni del Sole sono all'incirca di 30', quindi 30 volte maggiori di Venere e 150 di Mercurio).

Tuttavia la situazione è lievemente più complessa: le orbite di Mercurio e Venere *non sono complanari* (= stessa inclinazione) a quella terrestre, e di fatto non è vero in generale che ad ogni allineamento **Sole - pianeta interno - Terra** si verifica un transito. Chiaramente i transiti si hanno solamente quando Mercurio, dal nostro punto di vista, si trova contemporaneamente in uno dei due **nodi** della propria orbita e nella congiungente **Terra-Sole**. I **nodi** sono i punti di intersezione fra il piano dell'orbita terrestre e quello dell'orbita di Mercurio: viene chiamato *nodo discendente* il punto in cui Mercurio inizia a "scendere" sotto il piano dell'orbita terrestre, mentre *l'ascendente* è quello in cui il pianeta comincia "a salire" sopra il suddetto piano.

Questo è il motivo per cui i transiti possono avvenire solamente nella prima metà di *maggio* (n. discendente) o nella prima quindicina di *novembre* (n. ascendente), quando la Terra si trova in prossimità del prolungamento della linea dei nodi di Mercurio.

Mediamente i transiti di Mercurio avvengono *ogni 7 anni*, con una frequenza più di *due volte* maggiore per quelli di novembre rispetto a quelli di maggio. Questo è dovuto al fatto che Mercurio percorre un'orbita molto ellittica, e in prossimità del nodo di maggio si trova all'**afelio** (la massima distanza dal Sole), viaggiando quindi nello spazio a una velocità sensibilmente inferiore rispetto all'altro nodo. Un'altra conseguenza di questo fatto è che solitamente i transiti al nodo discendente, come questo del 7 maggio, **durano molto di più**, con un massimo possibile di 9 ore. Il periodo medio di circa 7 anni fra due transiti è puramente indicativo, perché di fatto le osservazioni vengono compiute *in una località specifica*.

Dall'Italia l'ultimo transito di Mercurio visibile è stato quello del 13 novembre 1986, ma dobbiamo tornare indietro di trent'anni, al 10 novembre 1973, per un passaggio che si possa definire "ben visibile". Come molti fenomeni, infatti, ogni transito è "a sé", presentando condizioni molto differenti.

Impossibile dunque farsi mancare un'occasione così propizia. Intorno alle 7:12, Mercurio era già entrato nei pressi del bordo nord del Sole quando la sua altezza sull'orizzonte era di poco superiore ai 10°. L'ingresso nella fotosfera solare è avvenuto ovviamente con *due contatti*: il primo esterno e il secondo interno, rispettivamente quando il disco di Mercurio è tangente *esternamente* e *internamente* al disco solare.

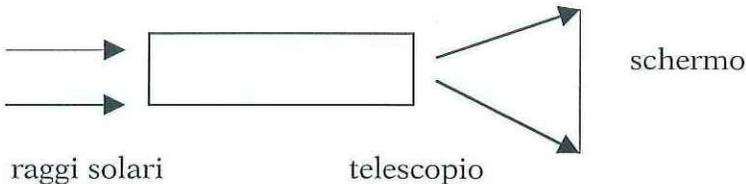
Verso le 8 e 30 del mattino, muniti del telescopio dell'Istituto, gli appassionati della volta celeste del nostro liceo si recano presso la succursale di palazzo Staiti in via Garibaldi.

La giornata non è delle migliori (o come si direbbe in queste circostanze, non si presentava una *seeing* ottimale) perché delle nuvole causate dal forte caldo estivo di quei giorni celano e rendono fioca la luce della nostra stella.

Montato il telescopio su un marciapiede della Litoranea, unico luogo accessibile per l'osservazione, cercano di puntare il Sole indirettamente (per ogni osservazione che vede protagonista l'astro del giorno, è assolutamente necessario anteporre, a binocoli e telescopi,

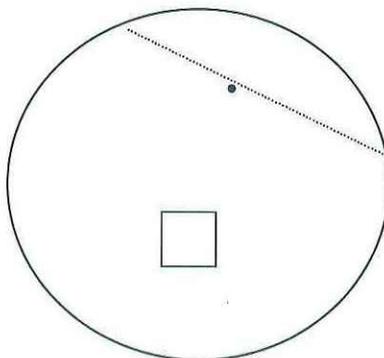
opportuni filtri solari per proteggere la vista da danni irreversibili) facendo in modo ,cioè,che la sua luce si proietti su un apposito cartoncino.

Lo schema é il seguente:



Dopo la messa a fuoco é grande lo stupore nel vedere questo piccolo "neo" ,largo 12" d'arco , sul disco giallo del Sole, attraversare la superficie molto lentamente , più nero della grande macchia solare al centro del disco.

Sui loro volti la grande meraviglia disorienta e lascia stupefatti .Anche i passanti forse incuriositi dal telescopio , non possono tirarsi indietro al fascino del fenomeno, incrementando così, il numero dei partecipanti a quello che è stato definito dall'Unione Italiana Astrofili (UAI) il "Sun Party di tutta Italia". L'immagine osservata é circa la seguente (il tratteggio indica il percorso):



Verso le 12:30 , quando l'altezza del Sole sull'orizzonte era circa di 60°, approssimativamente in direzione WNW , Mercurio esce dal disco solare per una durata totale del fenomeno di circa 5h 20m. Simmetricamente all'entrata , nell'uscita avviene prima il contatto interno e secondariamente quello esterno. I transiti di Mercurio sul Sole avverranno con la seguente cadenza:

<b>Data</b>	<b>Fase centrale in TU</b>
07 maggio 2003	07:53
08 novembre 2006	21:42
09 maggio 2016	15:00
11 novembre 2009	15:22
13 novembre 2032	08:54
07 novembre 2039	08:46
07 maggio 2049	14:24

Come si può notare, sono riportati i transiti fino al 2050. L'appuntamento è per l'8 Giugno 2004 quando si verificherà il transito di Venere sul disco solare.

La visione sarà più spettacolare perché il pianeta si mostrerà 9 volte più grande rispetto a Mercurio, Arrivederci.

*Tony Crollo IV B*  
*Eugenio Chiarello III F*  
*Giacomo Miceli III A*

## «La guerra»

*Ecco la guerra,  
portatrice di sangue e di dolore  
portatrice di giustizia e di vendetta.  
Guerra che si tramanda di padre in figlio  
guerra che si tramanda di generazione in generazione  
non so cosa sia realmente la guerra  
ne quale sia il suo vero significato  
ma di una cosa sono certa:  
la guerra è la cosa più terribile che esista nel mondo;  
come sprofondare in un buco nero  
e non trovarne più l'uscita.*

*Deborah DI STEFANO*

## «La guerra»

*"La guerra a Bagdad  
porta dolore, scompiglio, pianti;  
tutto il mondo si preoccupa,  
non vede l'ora che finisca  
anche se c'è chi:  
vorrebbe non fosse mai iniziata"*

*Cora CAMMARERI*

## *L'amore*

*Non pensate di poter  
guidare il corso dell'amore,  
perché se vi troverà  
degni, è l'amore che  
guida il vostro corso.*

*Ennio GAROFALO*

## *Cose d'altri tempi*

*Pace, amore  
Concetti astratti di questo tempo.*

*Davide BARBERA*

## *Estate*

*Cara Estate  
Come il vento vieni,  
così te ne vai.*

*Adriana TESTAGROSSA*

## Alba

*(pensando ad Erice ai bei tempi) - 3 aprile 2002*

*L'aria tranquilla ch'espande il profumo dei fior siciliani,  
candida brina gelata, risveglia quei raggi di sole  
sorge splendente sfiorando il tuo viso che brilla dorato.*

*Lasciati solo baciare da goccioline piene d'amore  
piene di brina violetta avvolte dal fiato dei fiori  
da quei folletti che riaprono i petali nella mattina.*

*Apri così i tuoi bellissimi occhi marini sul giorno,  
ma finalmente ritorni a guardare quel sogno di fiabe  
lette sul letto dell'alba da rose portate dal vento.*

Andrea SELVAGGIO

## Infinito amore

*24 febbraio 2003*

*Vorrei sentirti sussurrare il cuore  
come dolci paroline racchiuse  
nel mare dei tuoi occhi.*

Andrea SELVAGGIO

## *La pace, una malattia*

Si dice che la storia non la fanno i vinti, ma i vincitori. In questa affermazione c'è una parte di vero: i vinti, oltre alla vita o alla libertà, perdono spesso anche il controllo del loro passato e il diritto di avere un futuro. In alcuni casi vengono letteralmente cancellati dai vincitori, quasi non fossero mai esistiti.

Uno storico inglese del '700 ha lasciato scritto: "Se qualcuno fosse chiamato a scegliere il periodo della storia universale, nel quale la condizione umana fu più prospera e felice, egli dovrebbe, senza esitazione, indicare quello trascorso fra la morte di Domiziano e l'avvento di Commodo."

Si tratta, sicuramente, di un'affermazione esagerata, ma certo questo periodo fu un'epoca di grande prosperità, tanto da essere detto il "secolo d'oro dell'Impero". Tuttavia, al "secolo d'oro", seguì, a partire dal III d.C., un "secolo di ferro", poiché la pace si rivelò la malattia mortale dell'Impero. Roma, infatti, aveva saputo sfruttare meglio di ogni altro Stato le guerre di conquista come mezzo per procurarsi denaro, terra, schiavi a spese dei vinti. L'accumulazione continua di capitali tramite la rapina era il segreto del successo romano. Per questo con la pace si inaridì l'afflusso di ricchezza e l'impero iniziò il suo declino. Anche George W. Bush attribuisce alla guerra un'azione benefica. "Senza la guerra le virtù eroiche degenerano; senza la guerra, nessuna nazione può diventare grande e fortunata". No, ciò non è stato detto da Bush, ma dallo scrittore Huxley, ma chissà quante volte Bush lo avrà pensato. Tra i grandi imperatori romani del II secolo, Marco Aurelio fu colui che sentì il potere come servizio da rendere alla società. I pensieri, qui di seguito riportati, permettono di conoscere i valori che ispiravano l'azione di governo di questo imperatore-intellettuale; il solo, forse, nella storia di Roma, capace di riflettere sul significato effimero della violenza e sul carattere etico dello stato.

*Abbi una volontà sola: quella di agire o non agire secondo le richieste della società.*

Anche oggi esistono, i grandi, i signori della pace e della guerra, nelle cui mani siamo tutti. Ma costoro sono anch'essi soggetti, o almeno dovrebbero esserlo, alle pressioni da parte di coloro che denunciano il pericolo della guerra e assumono le posizioni del pacifismo.

*Bada a non cesarizzarti. Serbati sincero, buono, onesto, dignitoso, propenso alla giustizia, pacifico, benefico, tenace nell'adempiere ai tuoi doveri.*

Quella di Bush è una dottrina di un mondo governato non dall'accordo, dall'equilibrio fra le nazioni, dalla costruzione faticosa di regole, norme, relazioni che possano consentire di dire no alla guerra, ma dal "comando solo io".

*Un ragno inorgolisce per aver catturato una mosca; altri un leprotto, altri un'acciuga con la rete. Se tu analizzi le leggi supreme che li spingono ad agire, costoro non sono tutti ladroni?*

È probabile che gli iracheni non ne possano più di un dittatore sanguinario come Saddam, ma è anche abbastanza sicuro che, quando arrivano gli americani con i loro B52, gli iracheni si sentano un popolo umiliato da quella superpotenza che, con l'appoggio dei suoi straordinari mezzi militari, ha deciso di fare il "passo rivoluzionario" (definire l'equilibrio geopolitico e giuridico internazionale) servendosi di un piccolo popolo inerme e assumendosi, nel disprezzo degli organismi internazionali, il diritto di schiacciarlo.

A Roma, quando un generale riportava un'importante vittoria su un popolo straniero, con almeno cinquemila nemici uccisi, lo Stato gli accordava il trionfo, una grande parata militare che attraversava la città. I senatori e i sacerdoti aprivano il corteo, seguiti dagli animali per i sacrifici, dal bottino di guerra, dai nemici fatti prigionieri, dalle legioni disarmate con in testa il generale vittorioso incoronato dall'alloro.

Lo Stato dava, così, la giusta ricompensa ai propri soldati: gloria, celebrità, popolarità, vantaggi economici.

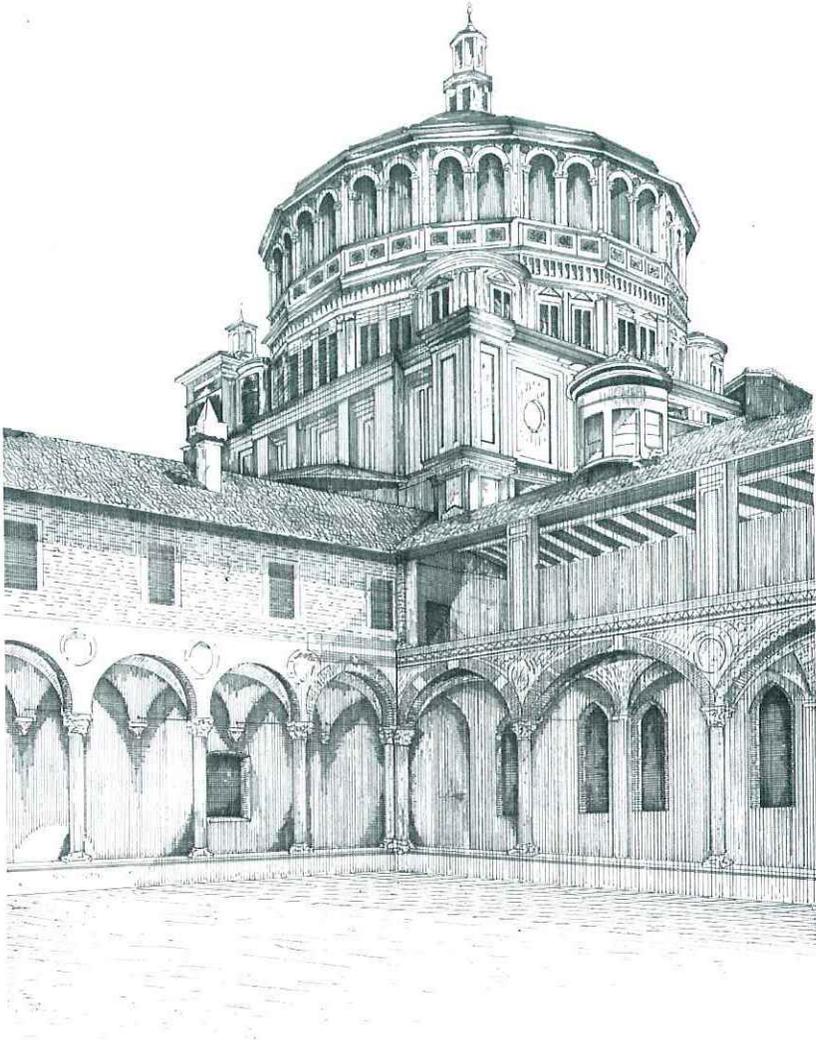
L'esercito americano, di certo, non si aspetterà tutta questa gloria quando ritornerà in patria. E chissà quante saranno le famiglie che piangeranno i loro soldati, che rimarranno anonimi per sempre. Per i politici americani basterà una semplice cerimonia per ricordare quei soldati che sono andati a morire per procacciare gioie e soddisfazioni ai falchi della guerra.

Perché Bush non ha fatto vedere quanti soldati morti sono sbarcati dalle portaerei? Sicuramente, i sentimentalismi vengono messi da parte in una guerra dove, per gli americani, è necessario che l'opinione pubblica non ne venga cambiata. Ma tutto il mondo quotidianamente assiste all'orrore e allo sgomento che la guerra in Iraq ci rac-

conta; e tutto il mondo conosce le vere ragioni di una guerra considerata benefica, perché per il grande imperatore dell'America, la pace è una malattia che porta al declino del suo potere.

GIUSEPPINA BICA

S. MARIA DELLE GRAZIE A MILANO



*Francesco PARISI*



*Chiara MINAUDO*